

АЗ·БУКИ

Национално
издателство
за образование
и наука

www.azbuki.bg

www.azbuki.eu

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

НАУЧНО СЪОБЩЕНИЕ

■ ГОДИНА LXIII ■ КНИЖКА 2, 2020

MATHEMATICS AND INFORMATICS

BULGARIAN JOURNAL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND PRACTICE
VOLUME 63 ■ NUMBER 2, 2020

2 2020
година LXIII

София - Sofia
2020

СТАТЬЯ-МАТРИЦА КАК ФОРМА РЕАЛИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ СЕТЕВОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ПРОЕКТА «ЭНЦИКЛОПЕДИЯ ПЛОСКИХ КРИВЫХ: ПИШЕМ САМИ» (О РАБОТЕ МОДЕРАТОРА ПРОЕКТА)

¹А. В. Ястребов, ²Г. А. Клековкин

¹Ярославский государственный педагогический университет –
Ярославль (Россия)

²Самарский филиал Московского городского педагогического университета
Самара (Россия)

Аннотация. Статья посвящена работе модератора международного исследовательского проекта «Энциклопедия плоских кривых: пишем сами». Описан процесс создания статьи-матрицы. Выявлено одно неочевидное обстоятельство: содержание статьи-матрицы во многом детерминировано функциями проекта в целом, хотя и отражает при этом личные научные взгляды модератора.

Ключевые слова: сетевой исследовательский проект; краутсорсинг; функции проекта; статья-матрица

Введение. «Энциклопедия замечательных плоских кривых: пишем сам» это международный сетевой исследовательский двухсторонний краутсорсинг-проект, который был начат в 2017 году. Об идее проекта подробно было написано в статье (Atamuratova & all., 2018). А если говорить кратко, то цель проекта – организация взаимодействия учащихся, учителей и ученых, позволяющего передавать учащимся опыт научной деятельности непосредственно от ученых – наставников. Результатом совместной работы должна стать энциклопедия, написанная руками самих учащихся при помощи их наставников. Первые результаты уже получены. О них докладывалось в статьях: «Гипоциклоида» (Borisov & all, 2018), «Улитка Паскаля» (Kopteva & Gorskaya, 2018), «Эпициклоида» (Askar & Sarsenbayeva, 2018) «Астроида» (Borisov & all, 2019), подготовленных участниками проекта.

В этой статье мы решили показать работу модераторов проекта, которая начинается с подготовки статьи-матрицы – проектной статьи энциклопедии, включающей вводную информацию и задания для учащихся – будущих авторов статей.

1. Хорошо известно, что любая энциклопедия выполняет *просветительские* функции в отношении своих читателей. Особенность настоящего проекта состоит в том, что функция просвещения имеет, образно говоря, двустороннюю ориентацию. Очевидно, что создаваемый продукт будет служить источником информации для потенциальных пользователей. Менее очевидно, что процесс создания продукта потребует от его авторов предварительного освоения широкого спектра разнотипной информации в области математики и ее истории, в области написания литературных текстов, в области использования систем динамической математики и т. д. Другими словами, процесс написания статей способствует не только математическому просвещению, но и математическому образованию ее авторов.

Эти обстоятельства следует учитывать модератору. Прежде всего, необходимо определить тот объект, который будет исследовать команда школьников. К счастью, модератор имеет широкие возможности для выбора, поскольку исторически многие плоские кривые возникли в процессе решения конкретных задач естествознания или математики.

Авторы работали с несколькими такими кривыми. Ниже будет описан процесс создания статьи-матрицы о гипоциклоиде.

Прежде всего, необходимо очертить для школьников объект исследования, поэтому в статье-матрице появляется следующий фрагмент.

Гипоциклоида – это траектория точки окружности радиуса r , которая катится без скольжения по окружности радиуса R и имеет с ней внутреннее касание. Подразумевается, что неподвижная и катящаяся окружности лежат в одной плоскости «Математическая энциклопедия» (Vinogradov, 1977: 1009).

2. Очевидно, что плоские кривые – это математические объекты, поэтому изначально проект выполняет некую *математическую* функцию, которая имеет два аспекта: изучение математики и творчество в области математики. Естественно, что статья-матрица должна отражать математические методы, используемые при изучении плоских кривых. К таким методам относятся составление и исследование уравнений кривых. При этом уравнения могут быть явными, неявными, параметрическими, уравнениями в полярных координатах и т. д. В силу этого модератор обязан поставить следующую задачу.

Задача 1. Каковы параметрические уравнения гипоциклоиды? (*Советы.* Напишите уравнения и укажите источник информации.)

Сформулированная задача проста: отыскать уравнения в литературе, перенести их в свой текст с помощью редактора формул, объяснить смысл каждого символа, грамотно сослаться на источник информации. Отметим, что даже такая задача может вызывать определенные затруднения, отраженные в статье (Atamuratova & all, 2018)

3. Очевидно, что наш проект выполняет *литературную* функцию, потому что написание любой энциклопедии представляет собой некую литературную задачу. Неотъемлемым элементом литературного процесса является сравнение первоисточников. Так в статье-матрице естественным образом возникает следующая задача.

Задача 2. Как вывести параметрические уравнения? (*Советы.* Укажите один или несколько источников информации, отметив наиболее доступные из них.)

Здесь обнаружилось разное видение задачи модератором и школьниками. Модератор рассуждал следующим образом: параметрические уравнения гипоциклоиды известны в течение нескольких сотен лет, поэтому в будущей энциклопедической статье их следует просто привести, а акцент сделать на поиск *нескольких* источников информации и их *сравнение* по признаку доступности. Школьники рассуждали иначе и приводили подробный вывод уравнений, полностью игнорируя многообразие источников и их сравнение. В подобных ситуациях модератору важно найти причины возникновения несоответствий, чтобы купировать их появление в дальнейшей работе со школьниками. В данном случае, на наш взгляд, можно дать следующее простое объяснение.

Написание энциклопедической статьи – многоаспектная деятельность, которая включает в себя не просто поиск и отбор нужной информации, но и предполагает ее глубокое понимание и качественную оценку. Основопологающим критерием качества любой математической информации является ее истинность. Для того чтобы убедиться в истинности какого-либо математического утверждения (теоремы, следствия, формулы и пр.), необходимо понять всю цепочку умозаключений, которые входят в доказательство этого утверждения, и установить их правильность. Поэтому для понимания готовых доказательств, выводов формул, способов построения и пр. требуется их реконструкция в собственной деятельности и соответствующая интерпретация новых знаний в контексте имеющегося личностного учебно-познавательного опыта. Сравнение различных источников информации – содержательно иной и более сложный вид деятельности, в котором подобные реконструкции выступают не целью, а средством для достижения других целей. В нашем случае этими целями являются: оценка разных авторских подходов к подаче одного и того же фактического материала, ранжирование материала по его значимости и последующий отбор наиболее важной информации об описываемом объекте, выбор способов компактного представления отобранной информации в форме, доступной потенциальному пользователю энциклопедии. Успешное достижение этих целей участниками проекта еще в большей степени зависит от их прежнего опыта решения подобных задач. Однако в существующей практике преподавания математики в массовой школе целе-

направленное обучение указанным видам деятельности встречается крайне редко, и приобретение соответствующего опыта учащимися носит главным образом стихийный характер.

Плоские кривые, являющиеся предметом проектной деятельности, в школьных курсах математики не изучаются, а значит, знания о них практически не представлены в прошлом опыте школьников – участников проекта. Поэтому у них значительное и важное место в ходе выполнения проекта занимает самостоятельное изучение соответствующей учебной и научно-популярной литературы. Знакомство с новыми математическими фактами и решение поставленных модератором задач не всегда протекает легко и просто, для понимания и последующего согласования полученных новых сведений учащемуся нередко приходится выполнять большую умственную работу. Вследствие этого цели учащегося – понять новую информацию и решить предложенные задачи – становятся более приоритетными, чем презентация полученных результатов в создаваемой энциклопедии. Главным же показателем понимания человеком какой-либо информации является, как известно, умение самостоятельно без искажения смысла выражать ее основное содержание во внешнем плане. Поэтому подробные доказательства утверждений и выводы формул выступают у школьника в качестве средства информирования модератора о том, что он не просто ознакомился с новой информацией, но и усвоил ее на уровне понимания.

Впрочем, в настоящее время, когда в массовой школе почти целенаправленно внедряется рецептурный подход к обучению математике, желание участников проекта представить в своих статьях полные выводы и доказательства можно даже приветствовать. Сегодня почти все сведения о плоских кривых, которые в конечном итоге войдут в создаваемую энциклопедию, можно найти в уже имеющихся электронных энциклопедиях, размещенных в сети Интернет. Было бы гораздо хуже, если бы участники проекта скачивали в сети чужие готовые материалы, как это зачастую случается при выполнении школьных учебных проектов.

Исходя же из нашего опыта, желающим организовать аналогичные сетевые проекты хочется порекомендовать более детально прописывать для участников проекта и их руководителей все этапы работы над проектом и детализировать цели, которые должны быть достигнуты на каждом этапе.

4. Очевидно, что наш проект выполняет *педагогическую* функцию, поскольку он изначально ориентирован на школьников. Если говорить о педагогике математики, то хорошо известно, что усвоению *абстрактных* понятий способствует знакомство с их *конкретными* проявлениями. При этом усвоение происходит тем лучше, чем более многочисленным, разнообразным и репрезентативным сделан подбор конкретизаций. Кроме того, многие исследователи отмечали, что визуализация абстрактных объектов играет особую позитивную роль.

С нашей точки зрения, и определение гипоциклоиды, и ее параметрические уравнения в общем виде являются весьма абстрактными математическими объектами, трудными для восприятия школьников. В силу этого в статье-матрицу были включены следующие задачи.

Задача 3. Нарисуйте вид гипоциклоиды при различных отношениях радиусов $R:r$, поначалу не слишком сложных. (*Советы.* Найдите его в литературе. Укажите один или несколько источников информации, отметив наиболее доступные из них.)

Задача 4*. Постройте динамический чертеж, на котором будет видна гипоциклоида как траектория точки.

Следует отметить два обстоятельства, дополняющих друг друга. Во-первых, решение задачи 3 заслуживало всяческих похвал. Для рисования была выбрана программа GeoGebra, с помощью которой были выполнены качественные цветные чертежи. При этом отношения радиусов были достаточно разнообразны: 2:1 (диаметр), 4:1 (астроида), 3:1 (дельтоида, или кривая Штейнера), 5:2 (пятиконечная звезда). Во-вторых, решение задачи 4 не вполне удовлетворило модератора. С одной стороны, задача была решена, что отражено на сайте Geogebra³¹. С другой стороны, скорости анимации ползунков и интервалы их изменения были подобраны неслучайно: наблюдателю было крайне трудно или невозможно уследить за изменением рисунка, который к тому же временами уходил за пределы динамического листа. Сказанное не носит характер критики, потому что двойственность ситуации отражает живой процесс восхождения школьников от незнания к знанию и от неспособности к умению, когда достижения и неудачи перемежаются друг с другом.

5. Возвращаясь к *математической* функции проскта, отметим важное свойство математических проблем: в процессе своего рассмотрения они, как правило, подвергаются многочисленным *модификациям*. Такими модификациями для нас могут служить положения вычерчивающей точки относительно производящего круга. Действительно, она может лежать не только на его окружности, но и внутри круга, или же на продолжении радиуса. Так в статье-матрице появляются две задачи.

Задача 5. Какова траектория точки, которая лежит внутри круга, катящегося по окружности и касающегося ее внутренним образом? (*Советы.* Укажите один или несколько источников информации, отметив наиболее доступные из них.)

Задача 7. Какова траектория точки, лежащей на продолжении радиуса окружности, которая катится по неподвижной окружности и касается ее внутренним образом? (*Советы.* Укажите один или несколько источников информации, отметив наиболее доступные из них.)

(Обращаем внимание читателя на то, что четыре задачи идут в неестественном порядке: 5, 7, 6, 8. Дело в том, что в данном тексте мы сохраняем ту нумерацию задач, которая была в реальной статье-матрице, предъявленной школьниками.)

6. Важное свойство деятельности математика состоит в том, что, как правило, он самостоятельно формулирует для себя ту или иную исследовательскую программу. Отражением этого обстоятельства в нашем проекте являются две следующие задачи. В отличие от предыдущих они носят уже исследовательский характер, что обозначается символом *.

Задача 6*. Сформулируйте и решите задачи 1–4 применительно к задаче 5.

Задача 8*. Сформулируйте и решите задачи 1–4 применительно к задаче 7.

Психологически любопытное обстоятельство состояло в том, что школьники *не формулировали* в явном виде нужных задач, хотя и *приводили их решения*, как если бы они были сформулированы. По-видимому, в учебном процессе доминируют конвергентные «здания-приказы» (решить, вычислить, доказать и т.п.) в ущерб дивергентным заданиям, предполагающим свободный поиск новых проблем и их формулировку.

7. Важным свойством математики в целом является взаимодействие понятий «конечное» и «бесконечное». В нашем проекте проявлением этого взаимодействия может служить следующая задача.

Задача 9*. Может ли случиться так, что вычерчивающая точка *никогда* не вернется в исходное положение?

Психологически эта задача достаточно трудна для школьников, хотя ее решение является не слишком сложным. Действительно, вычерчивающая точка движется в *ограниченной области*, причем *бесконечно долго*. Трудно предположить, что она никогда не сможет вернуться в исходное положение, тем более что учитель вполне может подобрать такое соотношение радиусов, при котором на компьютере визуальный образ траектории вычерчивающей точки заполнит целиком весь неподвижный круг. В этих условиях целесообразно переформулировать задачу в другой форме, которая может оказаться более удобной для «решателя». Примерами таких формулировок могут служить следующие: «Может ли случиться так, что вычерчивающая точка вернется в исходное положение? При каких ограничениях на радиусы R и r вычерчивающая точка вернется в исходное положение? И т.п.» Если будут найдены какие-либо условия, то целесообразно определить, каков их характер: необходимое следствие, достаточное условие, критерий.

Отметим, что данная задача очень поучительна, поэтому целесообразно привести не только ее ответ, но и ее решение.

8. Как и каждый старинный объект, гипоциклоида имеет длинную историю ее изучения. В этой связи целесообразно включить в статью-матрицу историческую задачу, отражающую *просветительскую* функцию проекта в целом.

Задача 10. Составьте историческую справку об изучении гипоциклоиды. (*Советы.* Укажите один или несколько источников информации, отметив наиболее доступные из них.)

Интересно, что составляя историческую справку о гипоциклоиде, школьники все время «сбивались» на изложение материала о «родственной» кривой – эпициклоиде, поэтому осталось неясным, о какой кривой идет речь в этой исторической справке.

9. Выше мы говорили о том, что математическая функция проекта имеет два аспекта: изучение математики и *математическое творчество*. Покажем, как этот второй аспект может быть отражен в статье-матрице.

Учителя и школьники, студенты и профессора привыкли к тому, что несомненной частью математики являются определения изучаемых объектов. При этом очень часто (или даже, как правило) вне поля зрения остается процесс изобретения новых определений, описание того «внелогического скачка», который привел классиков к введению в науку нового объекта. Отражением этого процесса в нашем проекте может служить следующая задача.

Задача 11*. Вы знаете, что автомобиль может буксовать. Придумайте разумное определение пробуксовки и коэффициента пробуксовки. Выясните, какова траектория движения точки на окружности, которая катится по другой окружности с постоянным коэффициентом пробуксовки.

Сразу скажем, что школьники даже не приступали к решению этой задачи, равно как и к решению аналогичной задачи о циклоиде (Atamuratova & all, 2018). По-видимому, причина в следующем: если решения задач 1–10 можно найти в литературе, то задача о буксующем колесе не встречалась авторам. Справедливости ради стоит сказать, что в повседневной практике школьники не сталкиваются с необходимостью изобретения новых определений, в силу чего сформулированная задача трудна для них. Между тем, соображения из области физики могли бы помочь в конструировании искомого определения.

Представим себе, что неподвижная окружность красит производящую окружность в черный цвет, подобно тому, как грязная дорога пачкает чистое катящееся колесо. Представим себе, что производящая окружность красит неподвижную окружность в белый цвет, подобно тому, как валик с краской наносит линию на асфальт. Обозначим через $L_r(t)$ длину черной дуги, появившейся за время t . Аналогично, обозначим через $L_B(t)$ длину белой дуги, появившейся за время t . Будем говорить, что окружность *катится без пробуксовки*, если для любого момента времени t выполняется равенство $L_r(t) = L_B(t)$. Будем говорить, что *окружность буксует*, если выполняется неравенство $L_r(t) > L_B(t)$. При этом пробуксовку будем называть постоянной, если для любого t выполняется соотношение $L_r(t)/L_B(t) = k = const$; величину k будем называть коэффициентом пробуксовки. (Кстати, мы

теперь можем придать естественный смысл неравенству $L_r(t) < L_R(t)$: окружность катится и при этом скользит.)

Очевидно, что решение задачи 11 получится, если мы сопоставим приведенные определения с процессом вывода параметрических уравнений в классическом случае.

10. Вновь возвращаясь к самостоятельной постановке задач (см. п. 6), мы можем подвести школьников к большой исследовательской программе и предложить им следующую задачу

Задача 12*. Сформулируйте и решите все предыдущие задачи применительно к окружности и точке из задачи 11.

Естественно, что школьникам – участникам проекта оказалось сложно самостоятельно сформулировать большую исследовательскую программу из десяти задач, поскольку ранее, решая задачи 6 и 8, они не справились даже с формулировкой короткой программы из четырех задач.

11. Математическое творчество достаточно часто заключается в том, что после знакомства с тем или иным интересным объектом математики начинают изучать другой объект, *аналогичный* первоначальному в том или ином смысле. В нашем случае направление поиска аналогии является вполне естественным. Действительно, естественно предположить, что по неподвижной окружности может катиться не только другая, подвижная окружность, но и еще какой-то объект. Так у нас появляются следующие задачи.

Задача 13*. Треугольник Рёло катится по окружности и находится внутри круга. Найдите траекторию движения следующих точек треугольника: 1) вершины треугольника; 2) середины стороны треугольника; 3) произвольной точки на стороне треугольника.

Задача 14*. Сформулируйте и решите задачи о треугольнике Рёло, которые аналогичны предыдущим задачам о качении окружности.

Треугольник Рёло относится к числу так называемый кривых постоянной ширины и является простейшей из них. Именно благодаря постоянству ширины он может катиться по линии, подобно тому, как катится по ней окружность. Очевидно, что школьнику придется найти информацию о треугольнике Рёло и решить задачу. Поиск информации совсем не труден, а вот решение задачи не содержится в известной модератору литературе, хотя и является вполне посильным для школьников.

12. Выше мы уже говорили о математическом творчестве и тех заданиях из статьи-матрицы, которые способствуют его развитию. Фактически, *творческая* функция реализуется в той или иной форме и той или иной степени в процессе работы над всеми задачами, однако нужна ситуация, при которой школьник не связан конкретным заданием, а находится в положении «свободного художника». Так в статье-матрице появляется следующая задача.

Задача 15*. Если вы считаете, что гипоциклоида обладает дополнительными свойствами, которые заслуживают внимания, напишите статью об этих свойствах.

На первый взгляд, задача 15 – это задача «ни о чем». Более подробное размышление показывает, что это не так, что новые естественные задачи вытекают непосредственно из текста статьи-матрицы. Прежде всего, статья-матрица демонстрирует, образно говоря, «бунтарский дух», который заставляет и модератора, и школьника постоянно выходить за первоначальные рамки. Действительно, изначально вычерчивающая точка находится на окружности, но потом мы помещаем ее внутрь круга или вне его. Изначально окружность катится без пробуксовки, но потом мы начинаем анализировать феномен пробуксовки или скольжения. Изначально катится окружность, но затем мы заменяем ее на треугольник Рёло. Можно, наоборот, рассматривать качение производящего круга по неподвижным кривым, отличным от окружности (например, по коническим сечениям – эллипсу, гиперболе и параболе).

На этом фоне ничто не мешает отказаться от явного или неявного соглашения о том, что радиус катящейся окружности меньше радиуса неподвижной окружности. Ничто не мешает наконец, отказаться и от первоначального соглашения о том, что «неподвижная и катящаяся окружность лежат в одной плоскости». Последнее было бы вполне естественным, потому что такие ситуации часто встречаются в природе. Например, если мотоциклист быстро едет по виражу стадиона, то колесо мотоцикла движется по окружности (дорожке стадиона), имея при этом постоянный наклон внутрь виража. Точка на ободке колеса описывает сложную пространственную кривую, параметрические уравнения которой представляют определенный интерес. Впрочем, можно ограничиться плоской кривой, а именно, проекцией пространственной кривой на плоскость.

13. Отличительной особенностью информации, представленной в существующих электронных математических энциклопедиях, является визуализация генетически определяемых математических объектов с помощью динамических моделей. Такая модель может «рассказать» об объекте и его свойствах гораздо больше, чем традиционный статичный чертеж или рисунок. Почти все динамические модели, с которыми участникам проекта придется иметь дело ходе его выполнения, можно в готовом виде найти в сети Интернет. Вместе с тем, в список задач, предложенных школьникам, входят задачи на самостоятельное создание аналогичных моделей с использованием инструментов GeoGebra. Зачем нужны такие задачи? Для наблюдения свойств математического объекта, отраженных в готовой динамической модели, требуется минимальная специальная подготовка. Однако зрительное восприятие виртуальной модели на экране компьютера по-прежнему позволяет формировать лишь наглядный образ этих свойств, их же математическая сущность, как и раньше, может быть раскрыта только в знаково-символической форме. Поэтому люди с разным уровнем предварительной теоретической подготовки «вычерпывают» из одной и той же визуальной модели различную инфор-

мацию, а образовательный и развивающий эффект при использовании в обучении готовых моделей несравнимо меньше, чем при их самостоятельном конструировании.

Многие замечательные плоские кривые, в том числе гипоциклоиды, определяются кинематически. Еще в недавнем прошлом при построении плоской кривой чаще всего использовалась ее знаковая модель (уравнения в той или иной системе координат), с помощью которой линия вычерчивалась вручную «по точкам». Для непрерывного вычерчивания некоторых кривых были изобретены специальные приборы, в которых сложное движение, определяющее кривую, получало механическую реализацию. В интерактивных математических средах, подобных GeoGebra, оба эти способа вычерчивания кривых не только легко реализуются, но и автоматизируются. Если известны параметрические уравнения кривой, то сразу получить ее готовое изображение можно с помощью инструмента *Кривая*. Для этого достаточно сбросить команду в строку ввода и вписать в скобки координаты текущей точки кривой, параметр и границы его изменения. Если создать ползунок для параметра, а затем в строке ввода задать текущую точку кривой, то после анимации параметра и активации у точки опции *Оставлять след*, то можно будет наблюдать процесс вычерчивания кривой. Однако наиболее продуктивными для исследования свойств кривых являются модели, конструируемые на основе определений кривых. Такие модели, как правило, создаются в графическом полотне с помощью виртуальных чертежных инструментов, но при их конструировании, как было отмечено, у школьников могут возникать различные затруднения, а качество моделей зависит от навыков владения ими виртуальными инструментами. В некоторых случаях при конструировании модели удобно сочетать аналитические и геометрические способы задания ее элементов.

Предложенные в статье задачи, как нетрудно заметить, позволяют в деятельностной форме познакомить участников проекта с широким набором инструментов GeoGebra и на основе самостоятельно создаваемых в этой среде динамических моделей открывают возможности для эмпирического поиска и экспериментального исследования свойств плоских кривых.

14. Очевидно, что настоящий проект, будучи краудсорсинг-проектом, имеет ярко выраженную *социальную* функцию. Простейшим проявлением социального начала является количество авторов энциклопедической статьи. Их, по крайней мере, три: модератор проекта, команда детей из той или иной школы и школьный учитель. Более того, количество авторов станет еще больше, если для решения всех заданий из целостной статьи-матрицы потребуются усилия нескольких команд. В этих условиях участникам проекта приходится осваивать многие формы и нормы работы: правила цитирования первоисточников, правило написания математического текста, правила его стилистического оформления и многое другое. Только единство требований к окончательному продукту может обеспечить кумулятивный эффект от деятельности нескольких разрозненных команд.

В работе (Atamuratova & all., 2018) были описаны усилия модератора по координации общей деятельности при написании статьи о циклоиде. Работа с другой командой и над другой статьей выявила необходимость тех же самых усилий.

Заключительные замечания. Если на одном листе бумаги определены гипоциклоиды и формулировки задач 1-15 то получится статья-матрица, реально предъявленная школьникам для написания энциклопедической статьи о гипоциклоиде. Для нас важно, что содержание статьи-матрицы чрезвычайно сильно зависит от общих функций проекта: просветительской, математической, литературной, педагогической, творческой и социальной. Разумеется, общие цели любого проекта всегда влияют на методы его реализации, однако в нашем случае величина такого влияния оказалась неожиданно большой.

Примечания

1. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-013-00730.
2. <https://www.gcogebra.org/m/fhffbw6h>

ЛИТЕРАТУРА Атамуратова, Р., Алфиров, М., Белорукова, М., Ненков, В., Майер, В., Клековкин, Г., Овчинникова, Р., Шабанова, М. & Ястребов, А. (2018). „Энциклопедия замечательных плоских кривых” – Международный сетевой исследовательский проект в рамках МИТЕ. *Математика и информатика*, 6, 566-584 (ISSN 1310-2230).

Коптева, Д. & Горская, К. (2018). Улитка Паскаля. *Mathematics and Informatics*, 5, 465 – 480 (ISSN 1310-2230).

Аскар, И. & Сарсембасва, К. (2018). Эпициклоида. *Mathematics and Informatics*, 4, 360 – 367 (ISSN 1310-2230).

Борисов, Б., Димитров, Д., Стефанов, И., Нинов, Н. & Христов, Т. (2018). Гипоциклоида. *Mathematics and Informatics*, 4, 368 – 377 (ISSN 1310-2230).

Виноградов, И. М. (ред.) (1977). *Математическая энциклопедия. Т. 1*, Москва: Советская Энциклопедия, 1152 стб.

REFERENCES

Atamuratova, R., Alfirov, M., Belorukova, M., Nenkov, V., Maier, V., Klekovkin, G., Ovchinnikova, R., Shabanova, M. & Yastrebov, A. (2018). “Encyclopedia of notable flat curves” – International net research project in the frames of MITE. *Mathematics and Informatics*, 6, 566 – 684 (ISSN 1310-2230) (in Russian)

- Kopteva, D. & Gorskaya, K. (2018). Pascal's Limacon, *Mathematics and Informatics*, 5, 465-480 (ISSN 1310-2230) (in Russian)
- Askar, I. & Sarsenbayeva, K. (2018). Epicycloid, *Mathematics and Informatics*, 4, 360-367 (ISSN 1310-2230) (in Russian)
- Borisov, B., Dimitrov, D., Stefanov, I., Ninov, N. & Hristov, T. (2018). Hypocycloid, *Mathematics and Informatics*, 4, 368-377 (ISSN 1310-2230)
- Vinogradov, I. M. (red) (1977). *Mathematical Encyclopedia. V 1*, Moscow: Soviet Encyclopedia, 1152 col. (in Russian)

**A PAPER-MATRIX AS A REALIZATION FORM
OF THE FUNCTIONS
OF THE NET RESEARCH PROJECT
“ENCYCLOPEDIA OF FLAT CURVES: WE WRITE
BY OURSELVES”
(ON THE WORK OF THE MODERATOR)**

Abstract. The present paper is devoted to the moderator's intellectual work on the international research project "Encyclopedia of flat curves". A process of creating the so called paper-matrix is described. One unexpected circumstance is brought to light: mainly, the content of a paper-matrix is determined by the project general functions, in spite of its reflection on the moderator's personal views.

Keywords: network research project; crowd-sourcing; functions of a project; paper-matrix

✉ **Prof. Alexander Yastrebov, DSc**
ORCID ID: 0000-0003-4725-1088
Department of Calculus
Faculty of Mathematics and Physics
Yaroslavl State Pedagogical University
Yaroslavl, Russian Federation
E-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

✉ **Assoc. Prof. Gennady Klekovkin, PhD**
ORCID ID: 0000-0002-4802-7697
Department of Higher Mathematics and Informatics
Faculty of Pedagogics and Psychology
Samara Affiliate of Moscow City Pedagogical University
Samara, Russian Federation
E-mail: klekovkin_ga@mail.ru